Le potenze di una permutazione di S_3

Si consideri, nel gruppo simmetrico S_3, la permutazione

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

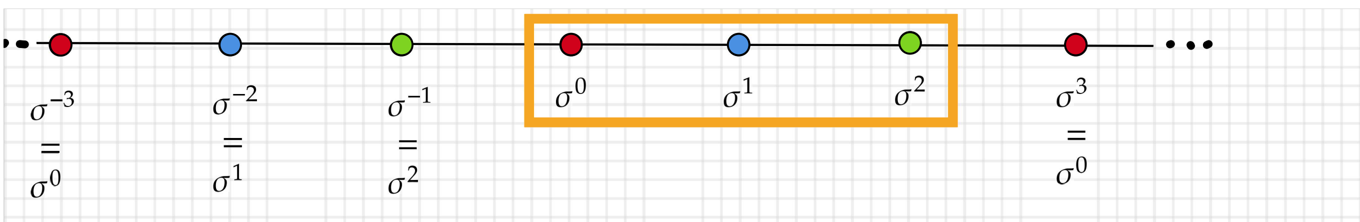
Questo è un elemento periodico di periodo 3. Per ogni $n \in \mathbb{Z}$, detto r il resto della divisione di n per 3, si ha

$$\sigma^n = \sigma^r,$$

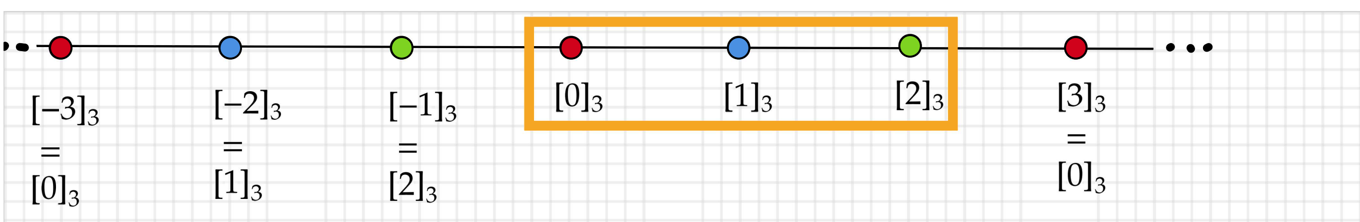
come constatato nel corso della dimostrazione della Proposizione 17.16 (*Caratterizzazione del periodo*). Quindi le possibili potenze di σ sono

$\sigma^0 = id,$
$\sigma^1 = \sigma,$
$\sigma^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

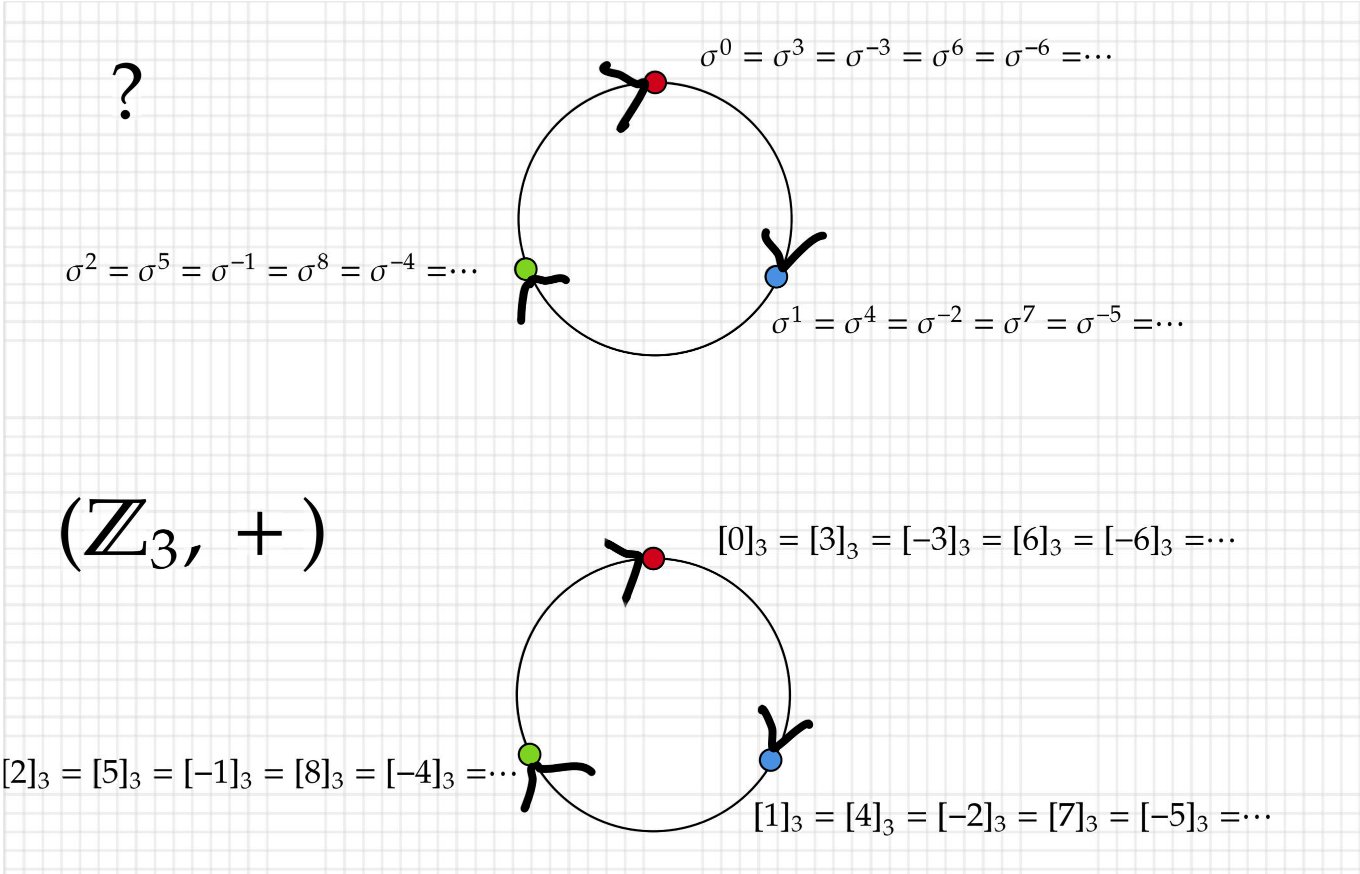
Esse si susseguono, **periodicamente,** secondo lo schema qui sotto illustrato:



L'andamento è sovrapponibile a quello delle classi di resto modulo 3 (elementi del gruppo additivo $\mathbb{Z}_3$):



In entrambi i casi, lo sviluppo è ***ciclico,*** ossia si presta ad essere raffigurato come un moto rotatorio, lungo una circonferenza, con tre tappe successive:



Se il secondo schema rappresenta l'insieme $\mathbb{Z}_3$, insieme alla sua struttura aritmetica di gruppo additivo, cosa rappresenta il primo schema? Un gruppo? Quale?